

# Couplages leçons–développements

Agrégation de mathématiques, option informatique

Benjamin Dadoun\*

\*Merci à [Jill-Jênn Vie](#) pour l'aide apportée à la mise en page de ce document.



# Table des matières

<b>1 Leçons</b>	<b>5</b>
1.1 Leçons d’algèbre	5
1.2 Leçons d’analyse	7
1.3 Leçons d’informatique	10
<b>2 Développements</b>	<b>13</b>
ABRACADABRA	13
Algorithme de Berlekamp	13
Algorithme de Cocke–Younger–Kasami	13
Algorithme de Floyd–Warshall	13
Algorithme d’unification	13
Analyse d’une méthode de hachage	13
Analyse en moyenne du tri rapide	13
Approximation du problème du voyageur de commerce	14
Arbres de recherche AVL	14
Borne inférieure pour le langage des palindromes	14
Borne inférieure sur la complexité des tris par comparaison	14
Caractérisation des isométries	14
Codage de Huffman	14
Complétion d’un système de réécriture	14
Complétude de la méthode de résolution	14
Correction de l’algorithme de factorielle	15
Critère d’Eisenstein	15
Décidabilité de l’arithmétique de Presburger	15
Décomposition de Dunford effective	15
Décomposition LU	15
Développement de solutions en série entière	15
Dimension finie dans des espaces de fonctions	16
Distance d’édition	16
Divergence de séries de Fourier	16
Ellipsoïde de John–Loewner	16
Ensembles de transpositions engendrant $\mathfrak{S}_n$	16
Étude d’une suite de polygones	16
Étude qualitative des solutions de l’équation de Riccati $x' = x^2 - t$	17
Exemple d’analyse lexicale	17
Exemple de développement asymptotique	17
Exemple de fonction récursive primitive	17
Exemple de preuve en logique du premier ordre	17
Indécidabilité de l’intersection de langages algébriques	17
Intersection d’un langage algébrique avec un rationnel	17
Méthode de gradient à pas optimal	18
Méthode de Laplace	18
Minimisation des automates finis	18
Mise sous forme normale conjonctive	18
Non calculabilité de la fonction du castor affairé	18

NP-complétude de 3SAT . . . . .	18
Polygones constructibles . . . . .	19
Probabilité qu'une matrice de $\mathcal{M}_n(\mathbf{F}_q)$ soit nilpotente . . . . .	19
Problème de moments . . . . .	19
Problèmes des anniversaires et du collectionneur . . . . .	19
Récurrance des partitions . . . . .	19
Réduction des endomorphismes symétriques . . . . .	19
Sous-espaces de $\mathcal{C}(\mathbf{R}, \mathbf{C})$ stables par translation . . . . .	20
Sous-groupes compacts de $\mathrm{GL}_n(\mathbf{R})$ . . . . .	20
Surjectivité de l'exponentielle matricielle . . . . .	20
Table de caractères de $\mathfrak{S}_4$ . . . . .	20
Théorème d'approximation polynomiale de Weierstrass . . . . .	20
Théorème de Cartan–Dieudonné . . . . .	21
Théorème de compacité au premier ordre et application . . . . .	21
Théorème de compacité dans le calcul propositionnel . . . . .	21
Théorème de finitude de Burnside . . . . .	21
Théorème de Hardy et application . . . . .	21
Théorème de Kronecker . . . . .	21
Théorème de Müntz . . . . .	22
Théorème de Plancherel . . . . .	22
Théorème de point fixe de Brouwer . . . . .	22
Théorème de point fixe de Markov–Kakutani . . . . .	22
Théorème de Rice . . . . .	22
Théorème de Wedderburn . . . . .	22
Théorème faible de progression arithmétique de Dirichlet . . . . .	23
Théorème taubérien fort . . . . .	23
Transformée de Fourier rapide . . . . .	23

# 1 Leçons

## 1.1 Leçons d'algèbre

### 104 Groupes finis. Exemples et applications.

- Table de caractères de  $\mathfrak{S}_4$
- Théorème de Wedderburn

### 105 Groupe des permutations d'un ensemble fini. Applications.

- Ensembles de transpositions engendrant  $\mathfrak{S}_n$
- Table de caractères de  $\mathfrak{S}_4$

### 106 Groupe linéaire d'un espace vectoriel de dimension finie $E$ , sous-groupes de $GL(E)$ . Applications.

- Décomposition LU
- Probabilité qu'une matrice de  $\mathcal{M}_n(\mathbb{F}_q)$  soit nilpotente
- Sous-groupes compacts de  $GL_n(\mathbb{R})$
- Surjectivité de l'exponentielle matricielle
- Théorème de Cartan–Dieudonné

### 108 Exemples de parties génératrices d'un groupe. Applications.

- Ensembles de transpositions engendrant  $\mathfrak{S}_n$
- Théorème de Cartan–Dieudonné

### 120 Anneaux $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ . Applications.

- Critère d'Eisenstein
- Théorème faible de progression arithmétique de Dirichlet

### 121 Nombres premiers. Applications.

- Critère d'Eisenstein
- Polygones constructibles
- Théorème faible de progression arithmétique de Dirichlet

### 123 Corps finis. Applications.

- Algorithme de Berlekamp
- Probabilité qu'une matrice de  $\mathcal{M}_n(\mathbb{F}_q)$  soit nilpotente
- Théorème de Wedderburn

### 141 Polynômes irréductibles à une indéterminée. Corps de rupture. Exemples et applications.

- Algorithme de Berlekamp
- Critère d'Eisenstein
- Polygones constructibles

### 150 Exemples d'actions de groupes sur les espaces de matrices.

- Décomposition LU
- Sous-groupes compacts de  $GL_n(\mathbf{R})$

### 151 Dimension d'un espace vectoriel. Rang. Exemples et applications.

- Dimension finie dans des espaces de fonctions
- Probabilité qu'une matrice de  $\mathcal{M}_n(\mathbf{F}_q)$  soit nilpotente
- Théorème de Cartan–Dieudonné
- Théorème de Wedderburn

### 152 Déterminant. Exemples et applications.

- Ellipsoïde de John–Loewner
- Sous-espaces de  $\mathcal{C}(\mathbf{R}, \mathbf{C})$  stables par translation
- Théorème de Müntz
- Théorème de point fixe de Brouwer

### 153 Polynômes d'endomorphisme en dimension finie. Réduction d'un endomorphisme en dimension finie. Applications.

- Décomposition de Dunford effective
- Probabilité qu'une matrice de  $\mathcal{M}_n(\mathbf{F}_q)$  soit nilpotente
- Réduction des endomorphismes symétriques
- Surjectivité de l'exponentielle matricielle

### 157 Endomorphismes trigonalisables. Endomorphismes nilpotents.

Rédigée en  $\LaTeX$

- Décomposition de Dunford effective
- Probabilité qu'une matrice de  $\mathcal{M}_n(\mathbf{F}_q)$  soit nilpotente
- Surjectivité de l'exponentielle matricielle
- Théorème de finitude de Burnside

### 159 Formes linéaires et hyperplans en dimension finie. Exemples et applications.

- Sous-espaces de  $\mathcal{C}(\mathbf{R}, \mathbf{C})$  stables par translation
- Théorème de Cartan–Dieudonné

### 162 Systèmes d'équations linéaires ; opérations, aspects algorithmiques et conséquences théoriques.

- Décomposition LU
- Méthode de gradient à pas optimal

**170 Formes quadratiques sur un espace vectoriel de dimension finie. Orthogonalité, isotropie. Applications.**

- Réduction des endomorphismes symétriques
- Théorème de Cartan–Dieudonné

**181 Barycentres dans un espace affine réel de dimension finie, convexité. Applications.**

- Ellipsoïde de John–Loewner
- Étude d’une suite de polygones
- Table de caractères de  $\mathfrak{S}_4$

**182 Applications des nombres complexes à la géométrie.**

- Étude d’une suite de polygones
- Polygones constructibles

**183 Utilisation des groupes en géométrie.**

- Polygones constructibles
- Table de caractères de  $\mathfrak{S}_4$
- Théorème de Cartan–Dieudonné

**190 Méthodes combinatoires, problèmes de dénombrement.**

Rédigée en  $\text{\LaTeX}$

- ABRACADABRA
- Probabilité qu’une matrice de  $\mathcal{M}_n(\mathbb{F}_q)$  soit nilpotente
- Problèmes des anniversaires et du collectionneur
- Théorème de Kronecker

## 1.2 Leçons d’analyse

**203 Utilisation de la notion de compacité.**

- Dimension finie dans des espaces de fonctions
- Problème de moments
- Réduction des endomorphismes symétriques
- Sous-groupes compacts de  $\text{GL}_n(\mathbb{R})$
- Théorème de Müntz
- Théorème de point fixe de Markov–Kakutani
- Théorème taubérien fort

**206 Théorèmes de point fixe. Exemples et applications.**

- Sous-groupes compacts de  $\text{GL}_n(\mathbb{R})$
- Théorème de point fixe de Brouwer
- Théorème de point fixe de Markov–Kakutani

**208 Espaces vectoriels normés, applications linéaires continues. Exemples.**

- Dimension finie dans des espaces de fonctions
- Divergence de séries de Fourier
- Théorème de Plancherel
- Théorème de point fixe de Markov–Kakutani

**214 Théorème d'inversion locale, théorème des fonctions implicites. Exemples et applications.**

- Caractérisation des isométries
- Théorème de point fixe de Brouwer

**215 Applications différentiables définies sur un ouvert de  $\mathbf{R}^n$ . Exemples et applications.**

- Caractérisation des isométries
- Théorème de point fixe de Brouwer

**218 Applications des formules de TAYLOR.**

- Décomposition de Dunford effective
- Étude qualitative des solutions de l'équation de Riccati  $x' = x^2 - t$
- Méthode de Laplace
- Surjectivité de l'exponentielle matricielle

**219 Extremums : existence, caractérisation, recherche. Exemples et applications**

- Ellipsoïde de John–Loewner
- Méthode de gradient à pas optimal
- Méthode de Laplace

**220 Équations différentielles  $X' = f(t, X)$ . Exemples d'étude des solutions en dimension 1 et 2.**

- Développement de solutions en série entière
- Étude qualitative des solutions de l'équation de Riccati  $x' = x^2 - t$
- Sous-espaces de  $\mathcal{C}(\mathbf{R}, \mathbf{C})$  stables par translation

**221 Équations différentielles linéaires. Systèmes d'équations différentielles linéaires. Exemples et applications.**

- Développement de solutions en série entière
- Sous-espaces de  $\mathcal{C}(\mathbf{R}, \mathbf{C})$  stables par translation

**223 Suites numériques. Convergence, valeurs d'adhérence. Exemples et applications.**

- Étude d'une suite de polygones
- Exemple de développement asymptotique
- Théorème de Hardy et application



## 224 Exemples de développements asymptotiques de suites et de fonctions.

Rédigée en  $\LaTeX$

- Étude qualitative des solutions de l'équation de Riccati  $x' = x^2 - t$
- Exemple de développement asymptotique
- Méthode de Laplace

## 226 Suites vectorielles et réelles définies par une relation de récurrence $u_{n+1} = f(u_n)$ . Exemples et applications.

- Étude d'une suite de polygones
- Exemple de développement asymptotique
- Méthode de gradient à pas optimal

## 229 Fonctions monotones. Fonctions convexes. Exemples et applications.

- Ellipsoïde de John–Loewner
- Étude d'une suite de polygones
- Méthode de gradient à pas optimal

## 230 Séries de nombres réels ou complexes. Comportement des restes ou des sommes partielles des séries numériques. Exemples.

Rédigée en  $\LaTeX$

- Exemple de développement asymptotique
- Théorème de Hardy et application
- Théorème de Müntz
- Théorème taubérien fort

## 232 Méthodes d'approximation des solutions d'une équation $F(X) = 0$ . Exemples.

- Décomposition LU
- Méthode de gradient à pas optimal

## 236 Illustrer par des exemples quelques méthodes de calcul d'intégrales de fonctions d'une ou plusieurs variables réelles.

- Méthode de Laplace
- Théorème de Plancherel

## 239 Fonctions définies par une intégrale dépendant d'un paramètre. Exemples et applications.

- Méthode de Laplace
- Théorème de Plancherel

## 240 Produit de convolution, transformation de FOURIER. Applications.

- Sous-espaces de  $\mathcal{C}(\mathbf{R}, \mathbf{C})$  stables par translation
- Théorème de Plancherel

## **243 Convergence des séries entières, propriétés de la somme. Exemples et applications.**

- Développement de solutions en série entière
- Problèmes des anniversaires et du collectionneur
- Théorème taubérien fort

## **246 Séries de FOURIER. Exemples et applications.**

- Divergence de séries de Fourier
- Théorème de Hardy et application

## **260 Espérance, variance et moments d'une variable aléatoire.**

- Problème de moments
- Problèmes des anniversaires et du collectionneur
- Théorème d'approximation polynomiale de Weierstrass

## **264 Variables aléatoires discrètes. Exemples et applications.**

- Probabilité qu'une matrice de  $\mathcal{M}_n(\mathbb{F}_q)$  soit nilpotente
- Problèmes des anniversaires et du collectionneur
- Théorème d'approximation polynomiale de Weierstrass

## **1.3 Leçons d'informatique**

### **901 Structures de données : exemples et applications.**

- Arbres de recherche AVL
- Codage de Huffman
- Transformée de Fourier rapide

### **902 Diviser pour régner : exemples et applications.**

- Analyse en moyenne du tri rapide
- Récurrence des partitions
- Transformée de Fourier rapide

### **903 Exemples d'algorithmes de tri. Complexité.**

- Analyse en moyenne du tri rapide
- Borne inférieure sur la complexité des tris par comparaison

### **906 Programmation dynamique : exemples et applications.**

- Algorithme de Cocke–Younger–Kasami
- Algorithme de Floyd–Warshall
- Distance d'édition

### **907 Algorithmique du texte : exemples et applications.**

- Codage de Huffman
- Distance d'édition

### **909 Langages rationnels. Exemples et applications.**

- Décidabilité de l'arithmétique de Presburger
- Minimisation des automates finis

### **910 Langages algébriques. Exemples et applications.**

- Algorithme de Cocke–Younger–Kasami
- Indécidabilité de l'intersection de langages algébriques
- Intersection d'un langage algébrique avec un rationnel

### **912 Fonctions récursives primitives et non primitives. Exemples.**

- Exemple de fonction récursive primitive
- Non calculabilité de la fonction du castor affairé

### **913 Machines de TURING. Applications.**

Rédigée en  $\LaTeX$

- Borne inférieure pour le langage des palindromes
- Théorème de Rice

### **914 Décidabilité et indécidabilité. Exemples.**

- Décidabilité de l'arithmétique de Presburger
- Indécidabilité de l'intersection de langages algébriques
- Théorème de Rice

### **915 Classes de complexité : exemples.**

- Borne inférieure pour le langage des palindromes
- NP-complétude de 3SAT

### **916 Formules du calcul propositionnel : représentation, formes normales, satisfiabilité. Applications.**

- Mise sous forme normale conjonctive
- Théorème de compacité dans le calcul propositionnel

### **917 Logique du premier ordre : syntaxe et sémantique.**

- Complétude de la méthode de résolution
- Décidabilité de l'arithmétique de Presburger
- Théorème de compacité au premier ordre et application

### **918 Systèmes formels de preuve en logique du premier ordre : exemples.**

- Complétude de la méthode de résolution
- Exemple de preuve en logique du premier ordre

### **919 Unification : algorithmes et applications.**

- Algorithme d'unification
- Complétude de la méthode de résolution

### **920 Réécriture et formes normales. Exemples.**

- Complétion d'un système de réécriture
- Mise sous forme normale conjonctive

### **921 Algorithmes de recherche et structures de données associées.**

- Analyse d'une méthode de hachage
- Arbres de recherche AVL

### **922 Ensembles récursifs, récursivement énumérables. Exemples.**

- Décidabilité de l'arithmétique de Presburger
- Théorème de Rice

### **923 Analyses lexicale et syntaxique : applications.**

- Algorithme de Cocke–Younger–Kasami
- Exemple d'analyse lexicale

### **924 Théories et modèles en logique du premier ordre. Exemples.**

Rédigée en  $\LaTeX$

- Décidabilité de l'arithmétique de Presburger
- Théorème de compacité au premier ordre et application

### **925 Graphes : représentations et algorithmes.**

- Algorithme de Floyd–Warshall
- Approximation du problème du voyageur de commerce

### **926 Analyse des algorithmes : complexité. Exemples.**

- Analyse en moyenne du tri rapide
- Borne inférieure sur la complexité des tris par comparaison
- Récurrence des partitions

### **927 Exemples de preuve d'algorithme : correction, terminaison.**

- Algorithme d'unification
- Correction de l'algorithme de factorielle

### **928 Problèmes NP-complets : exemples de réductions.**

- Approximation du problème du voyageur de commerce
- NP-complétude de 3SAT

## 2 Développements

### ABRACADABRA

Références : FLAJOLET et SEDGEWICK, *Analytic Combinatorics*

Rédigé en  $\LaTeX$

- 190 Méthodes combinatoires, problèmes de dénombrement.

### Algorithme de Berlekamp

Références : BECK, MALICK et PEYRÉ, *Objectif Agrégation*, p. 244

Rédigé en  $\LaTeX$

- 123 Corps finis. Applications.
- 141 Polynômes irréductibles à une indéterminée. Corps de rupture. Exemples et applications.

### Algorithme de Cocke–Younger–Kasami

Références : HOPCROFT, MOTWANI et ULLMAN, *Introduction to Automata Theory, Languages, and Computation*

- 906 Programmation dynamique : exemples et applications.
- 910 Langages algébriques. Exemples et applications.
- 923 Analyses lexicale et syntaxique : applications.

### Algorithme de Floyd–Warshall

Références : CORMEN et al., *Algorithmique*, p. 639

- 906 Programmation dynamique : exemples et applications.
- 925 Graphes : représentations et algorithmes.

### Algorithme d'unification

Références : BAADER et NIPKOW, *Term Rewriting and All That*

- 919 Unification : algorithmes et applications.
- 927 Exemples de preuve d'algorithme : correction, terminaison.

### Analyse d'une méthode de hachage

Références : CORMEN et al., *Algorithmique*

- 921 Algorithmes de recherche et structures de données associées.

### Analyse en moyenne du tri rapide

Références : CORMEN et al., *Algorithmique*

Rédigé en  $\LaTeX$

- 902 Diviser pour régner : exemples et applications.
- 903 Exemples d'algorithmes de tri. Complexité.
- 926 Analyse des algorithmes : complexité. Exemples.

## Approximation du problème du voyageur de commerce

Références : CORMEN et al., *Algorithmique*

- 925 Graphes : représentations et algorithmes.
- 928 Problèmes NP-complets : exemples de réductions.

## Arbres de recherche AVL

Références : FROIDEVAUX, GAUDEL et SORIA, *Types de données et algorithmes*

- 901 Structures de données : exemples et applications.
- 921 Algorithmes de recherche et structures de données associées.

## Borne inférieure pour le langage des palindromes

Références : PAPANIMITRIOU, *Computational complexity*

Rédigé en  $\LaTeX$

- 913 Machines de TURING. Applications.
- 915 Classes de complexité : exemples.

## Borne inférieure sur la complexité des tris par comparaison

Références : CORMEN et al., *Algorithmique*; HADDAD, “Algorithmique (Agrégation)”

- 903 Exemples d’algorithmes de tri. Complexité.
- 926 Analyse des algorithmes : complexité. Exemples.

## Caractérisation des isométries

Références : GOURDON, *Analyse*, p. 329

Rédigé en  $\LaTeX$

- 214 Théorème d’inversion locale, théorème des fonctions implicites. Exemples et applications.
- 215 Applications différentiables définies sur un ouvert de  $\mathbf{R}^n$ . Exemples et applications.

## Codage de Huffman

Références : CORMEN et al., *Algorithmique*

- 901 Structures de données : exemples et applications.
- 907 Algorithmique du texte : exemples et applications.

## Complétion d’un système de réécriture

Références : LALEMENT, *Logique, réduction, résolution*

- 920 Réécriture et formes normales. Exemples.

## Complétude de la méthode de résolution

Références : STERN, *Fondements mathématiques de l’informatique*, p. 248 DAVID, NOUR et RAFFALI, *Introduction à la logique : théorie de la démonstration*

Rédigé en  $\LaTeX$

- 917 Logique du premier ordre : syntaxe et sémantique.
- 918 Systèmes formels de preuve en logique du premier ordre : exemples.
- 919 Unification : algorithmes et applications.

## Correction de l'algorithme de factorielle

Références : WINSKEL, *Formal Semantics of Programming Languages*

- 927 Exemples de preuve d'algorithme : correction, terminaison.

## Critère d'Eisenstein

Références : F. COMBES, *Algèbre et Géométrie*; PERRIN, *Cours d'Algèbre*

- 120 Anneaux  $\mathbf{Z}/n\mathbf{Z}$ . Applications.
- 121 Nombres premiers. Applications.
- 141 Polynômes irréductibles à une indéterminée. Corps de rupture. Exemples et applications.

## Décidabilité de l'arithmétique de Presburger

Références : CARTON, *Langages formels, calculabilité et complexité*; SIPSER, *Introduction to the Theory of Computation*

Rédigé en  $\LaTeX$

- 909 Langages rationnels. Exemples et applications.
- 914 Décidabilité et indécidabilité. Exemples.
- 917 Logique du premier ordre : syntaxe et sémantique.
- 922 Ensembles récursifs, récursivement énumérables. Exemples.
- 924 Théories et modèles en logique du premier ordre. Exemples.

## Décomposition de Dunford effective

Références : BOYER et RISLER, *Algèbre pour la Licence 3 : Groupes, anneaux, corps*

Rédigé en  $\LaTeX$

- 153 Polynômes d'endomorphisme en dimension finie. Réduction d'un endomorphisme en dimension finie. Applications.
- 157 Endomorphismes trigonalisables. Endomorphismes nilpotents.
- 218 Applications des formules de TAYLOR.

## Décomposition LU

Références : CIARLET, *Introduction à l'analyse numérique matricielle et à l'optimisation*

Rédigé en  $\LaTeX$

- 106 Groupe linéaire d'un espace vectoriel de dimension finie  $E$ , sous-groupes de  $GL(E)$ . Applications.
- 150 Exemples d'actions de groupes sur les espaces de matrices.
- 162 Systèmes d'équations linéaires ; opérations, aspects algorithmiques et conséquences théoriques.
- 232 Méthodes d'approximation des solutions d'une équation  $F(X) = 0$ . Exemples.

## Développement de solutions en série entière

Références : QUEFFÉLEC et ZUILY, *Analyse pour l'agrégation*, p. 408

- 220 Équations différentielles  $X' = f(t, X)$ . Exemples d'étude des solutions en dimension 1 et 2.
- 221 Équations différentielles linéaires. Systèmes d'équations différentielles linéaires. Exemples et applications.
- 243 Convergence des séries entières, propriétés de la somme. Exemples et applications.

## Dimension finie dans des espaces de fonctions

- 151 Dimension d'un espace vectoriel. Rang. Exemples et applications.
- 203 Utilisation de la notion de compacité.
- 208 Espaces vectoriels normés, applications linéaires continues. Exemples.

## Distance d'édition

Références : CORMEN et al., *Algorithmique*, p. 376

- 906 Programmation dynamique : exemples et applications.
- 907 Algorithmique du texte : exemples et applications.

## Divergence de séries de Fourier

Références : RUDIN, *Analyse réelle et complexe*, p. 130 GOURDON, *Analyse*

Rédigé en  $\LaTeX$

- 208 Espaces vectoriels normés, applications linéaires continues. Exemples.
- 246 Séries de FOURIER. Exemples et applications.

## Ellipsoïde de John–Loewner

Références : ALESSANDRI, *Thèmes de géométrie : groupes en situation géométrique*; FRANCINO, GIANELLA et NICOLAS, *Oraux X-ENS : Algèbre 3*

- 152 Déterminant. Exemples et applications.
- 181 Barycentres dans un espace affine réel de dimension finie, convexité. Applications.
- 219 Extremums : existence, caractérisation, recherche. Exemples et applications
- 229 Fonctions monotones. Fonctions convexes. Exemples et applications.

## Ensembles de transpositions engendrant $\mathfrak{S}_n$

Références : “Épreuves orales des concours d'entrée aux grandes écoles, exercice 212”

Rédigé en  $\LaTeX$

- 105 Groupe des permutations d'un ensemble fini. Applications.
- 108 Exemples de parties génératrices d'un groupe. Applications.

## Étude d'une suite de polygones

Rédigé en  $\LaTeX$

- 181 Barycentres dans un espace affine réel de dimension finie, convexité. Applications.
- 182 Applications des nombres complexes à la géométrie.
- 223 Suites numériques. Convergence, valeurs d'adhérence. Exemples et applications.
- 226 Suites vectorielles et réelles définies par une relation de récurrence  $u_{n+1} = f(u_n)$ . Exemples et applications.
- 229 Fonctions monotones. Fonctions convexes. Exemples et applications.



## Étude qualitative des solutions de l'équation de Riccati $x' = x^2 - t$

Références : TISSIER, “R502. Une étude qualitative d'équation différentielle” ; FRANCINO, GIANELLA et NICOLAS, *Oraux X-ENS : Analyse 4*

Rédigé en  $\LaTeX$

- 218 Applications des formules de TAYLOR.
- 220 Équations différentielles  $X' = f(t, X)$ . Exemples d'étude des solutions en dimension 1 et 2.
- 224 Exemples de développements asymptotiques de suites et de fonctions.

## Exemple d'analyse lexicale

Références : GRUNE et al., *Compilateurs*

- 923 Analyses lexicale et syntaxique : applications.

## Exemple de développement asymptotique

Références : FRANCINO, GIANELLA et NICOLAS, *Oraux X-ENS : Analyse 1*, p. 102

- 223 Suites numériques. Convergence, valeurs d'adhérence. Exemples et applications.
- 224 Exemples de développements asymptotiques de suites et de fonctions.
- 226 Suites vectorielles et réelles définies par une relation de récurrence  $u_{n+1} = f(u_n)$ . Exemples et applications.
- 230 Séries de nombres réels ou complexes. Comportement des restes ou des sommes partielles des séries numériques. Exemples.

## Exemple de fonction récursive primitive

Références : CARTON, *Langages formels, calculabilité et complexité*

- 912 Fonctions récursives primitives et non primitives. Exemples.

## Exemple de preuve en logique du premier ordre

Références : DAVID, NOUR et RAFFALI, *Introduction à la logique : théorie de la démonstration*, p. 48

- 918 Systèmes formels de preuve en logique du premier ordre : exemples.

## Indécidabilité de l'intersection de langages algébriques

Références : CARTON, *Langages formels, calculabilité et complexité*

Rédigé en  $\LaTeX$

- 910 Langages algébriques. Exemples et applications.
- 914 Décidabilité et indécidabilité. Exemples.

## Intersection d'un langage algébrique avec un rationnel

Références : CARTON, *Langages formels, calculabilité et complexité*, p. 98

Rédigé en  $\LaTeX$

- 910 Langages algébriques. Exemples et applications.

## Méthode de gradient à pas optimal

Références : HIRIART-URRUTY, *Optimisation et analyse convexe*

- 162 Systèmes d'équations linéaires ; opérations, aspects algorithmiques et conséquences théoriques.
- 219 Extremums : existence, caractérisation, recherche. Exemples et applications
- 226 Suites vectorielles et réelles définies par une relation de récurrence  $u_{n+1} = f(u_n)$ . Exemples et applications.
- 229 Fonctions monotones. Fonctions convexes. Exemples et applications.
- 232 Méthodes d'approximation des solutions d'une équation  $F(X) = 0$ . Exemples.

## Méthode de Laplace

Références : FARAUT, *Calcul intégral*; ROUVIÈRE, *Petit guide de calcul différentiel à l'usage de la licence et de l'agrégation*

Rédigé en  $\LaTeX$

- 218 Applications des formules de TAYLOR.
- 219 Extremums : existence, caractérisation, recherche. Exemples et applications
- 224 Exemples de développements asymptotiques de suites et de fonctions.
- 236 Illustrer par des exemples quelques méthodes de calcul d'intégrales de fonctions d'une ou plusieurs variables réelles.
- 239 Fonctions définies par une intégrale dépendant d'un paramètre. Exemples et applications.

## Minimisation des automates finis

Références : SAKAROVITCH, *Éléments de théorie des automates*

Rédigé en  $\LaTeX$

- 909 Langages rationnels. Exemples et applications.

## Mise sous forme normale conjonctive

Références : LALEMENT, *Logique, réduction, résolution*

Rédigé en  $\LaTeX$

- 916 Formules du calcul propositionnel : représentation, formes normales, satisfiabilité. Applications.
- 920 Réécriture et formes normales. Exemples.

## Non calculabilité de la fonction du castor affairé

Références : DEHORNOY, *Mathématiques de l'informatique : cours et exercices corrigés*

- 912 Fonctions récursives primitives et non primitives. Exemples.

## NP-complétude de 3SAT

Références : CORMEN et al., *Algorithmique*, p. 996

- 915 Classes de complexité : exemples.
- 928 Problèmes NP-complets : exemples de réductions.

## Polygones constructibles

Références : TAUVEL, *Corps commutatifs et théorie de Galois*

- 121 Nombres premiers. Applications.
- 141 Polynômes irréductibles à une indéterminée. Corps de rupture. Exemples et applications.
- 182 Applications des nombres complexes à la géométrie.
- 183 Utilisation des groupes en géométrie.

## Probabilité qu'une matrice de $\mathcal{M}_n(\mathbb{F}_q)$ soit nilpotente

Références : TOSEL, "Quelques dénombrements dans  $\mathcal{M}_n(\mathbb{F}_q)$ "

Rédigé en  $\LaTeX$

- 106 Groupe linéaire d'un espace vectoriel de dimension finie  $E$ , sous-groupes de  $GL(E)$ . Applications.
- 123 Corps finis. Applications.
- 151 Dimension d'un espace vectoriel. Rang. Exemples et applications.
- 153 Polynômes d'endomorphisme en dimension finie. Réduction d'un endomorphisme en dimension finie. Applications.
- 157 Endomorphismes trigonalisables. Endomorphismes nilpotents.
- 190 Méthodes combinatoires, problèmes de dénombrement.
- 264 Variables aléatoires discrètes. Exemples et applications.

## Problème de moments

Références : BARBE et LEDOUX, *Probabilité*

- 203 Utilisation de la notion de compacité.
- 260 Espérance, variance et moments d'une variable aléatoire.

## Problèmes des anniversaires et du collectionneur

Références : FLAJOLET et SEDGEWICK, *Analytic Combinatorics*

Rédigé en  $\LaTeX$

- 190 Méthodes combinatoires, problèmes de dénombrement.
- 243 Convergence des séries entières, propriétés de la somme. Exemples et applications.
- 260 Espérance, variance et moments d'une variable aléatoire.
- 264 Variables aléatoires discrètes. Exemples et applications.

## Récurrence des partitions

Références : BEAUQUIER, BERSTEL et CHRÉTIENNE, *Éléments d'algorithmique*

- 902 Diviser pour régner : exemples et applications.
- 926 Analyse des algorithmes : complexité. Exemples.

## Réduction des endomorphismes symétriques

Références : GRIFONE, *Algèbre linéaire*

Rédigé en  $\LaTeX$

- 153 Polynômes d'endomorphisme en dimension finie. Réduction d'un endomorphisme en dimension finie. Applications.
- 170 Formes quadratiques sur un espace vectoriel de dimension finie. Orthogonalité, isotropie. Applications.
- 203 Utilisation de la notion de compacité.

## Sous-espaces de $\mathcal{C}(\mathbf{R}, \mathbf{C})$ stables par translation

Références : BECK, MALICK et PEYRÉ, *Objectif Agrégation* ; LEICHTNAM, *Exercices corrigés de mathématiques posés à l'oral des concours de Polytechnique et des ENS. Analyse*

Rédigé en  $\LaTeX$

- 152 Déterminant. Exemples et applications.
- 159 Formes linéaires et hyperplans en dimension finie. Exemples et applications.
- 220 Équations différentielles  $X' = f(t, X)$ . Exemples d'étude des solutions en dimension 1 et 2.
- 221 Équations différentielles linéaires. Systèmes d'équations différentielles linéaires. Exemples et applications.
- 240 Produit de convolution, transformation de FOURIER. Applications.

## Sous-groupes compacts de $\mathrm{GL}_n(\mathbf{R})$

Références : ARNAULT et al., *Mathématiques L3 : Algèbre*

- 106 Groupe linéaire d'un espace vectoriel de dimension finie  $E$ , sous-groupes de  $\mathrm{GL}(E)$ . Applications.
- 150 Exemples d'actions de groupes sur les espaces de matrices.
- 203 Utilisation de la notion de compacité.
- 206 Théorèmes de point fixe. Exemples et applications.

## Surjectivité de l'exponentielle matricielle

Références : FRANCINO, GIANELLA et NICOLAS, *Oraux X-ENS : Algèbre 2*

Rédigé en  $\LaTeX$

- 106 Groupe linéaire d'un espace vectoriel de dimension finie  $E$ , sous-groupes de  $\mathrm{GL}(E)$ . Applications.
- 153 Polynômes d'endomorphisme en dimension finie. Réduction d'un endomorphisme en dimension finie. Applications.
- 157 Endomorphismes trigonalisables. Endomorphismes nilpotents.
- 218 Applications des formules de TAYLOR.

## Table de caractères de $\mathfrak{S}_4$

Références : F. COMBES, *Algèbre et Géométrie* ; RAUCH, *Les groupes finis et leurs représentations*

Rédigé en  $\LaTeX$

- 104 Groupes finis. Exemples et applications.
- 105 Groupe des permutations d'un ensemble fini. Applications.
- 181 Barycentres dans un espace affine réel de dimension finie, convexité. Applications.
- 183 Utilisation des groupes en géométrie.

## Théorème d'approximation polynomiale de Weierstrass

Références : QUEFFÉLEC et ZUILY, *Analyse pour l'agrégation*, p. 518

Rédigé en  $\LaTeX$

- 260 Espérance, variance et moments d'une variable aléatoire.
- 264 Variables aléatoires discrètes. Exemples et applications.

## **Théorème de Cartan–Dieudonné**

Références : ARNAULT et al., *Mathématiques L3 : Algèbre*; PERRIN, *Cours d'Algèbre*; TAUVEL, *Algèbre*  
Rédigé en  $\LaTeX$

- 106 Groupe linéaire d'un espace vectoriel de dimension finie  $E$ , sous-groupes de  $GL(E)$ . Applications.
- 108 Exemples de parties génératrices d'un groupe. Applications.
- 151 Dimension d'un espace vectoriel. Rang. Exemples et applications.
- 159 Formes linéaires et hyperplans en dimension finie. Exemples et applications.
- 170 Formes quadratiques sur un espace vectoriel de dimension finie. Orthogonalité, isotropie. Applications.
- 183 Utilisation des groupes en géométrie.

## **Théorème de compacité au premier ordre et application**

Références : GOUBAULT-LARRECQ et MACKIE, *Proof Theory and Automated Deduction*  
Rédigé en  $\LaTeX$

- 917 Logique du premier ordre : syntaxe et sémantique.
- 924 Théories et modèles en logique du premier ordre. Exemples.

## **Théorème de compacité dans le calcul propositionnel**

Références : COMON-LUNDH, “Cours de logique et calculabilité” ; GOUBAULT-LARRECQ et MACKIE, *Proof Theory and Automated Deduction*  
Rédigé en  $\LaTeX$

- 916 Formules du calcul propositionnel : représentation, formes normales, satisfiabilité. Applications.

## **Théorème de finitude de Burnside**

Références : FRANCINO, GIANELLA et NICOLAS, *Oraux X–ENS : Algèbre 2*, p. 185

- 157 Endomorphismes trigonalisables. Endomorphismes nilpotents.

## **Théorème de Hardy et application**

Références : BECK, MALICK et PEYRÉ, *Objectif Agrégation*; J. COMBES, *Suites et séries*  
Rédigé en  $\LaTeX$

- 223 Suites numériques. Convergence, valeurs d'adhérence. Exemples et applications.
- 230 Séries de nombres réels ou complexes. Comportement des restes ou des sommes partielles des séries numériques. Exemples.
- 246 Séries de FOURIER. Exemples et applications.

## **Théorème de Kronecker**

Rédigé en  $\LaTeX$

- 190 Méthodes combinatoires, problèmes de dénombrement.

### **Théorème de Müntz**

Références : GOURDON, *Analyse*, p. 291 GOURDON, *Algèbre*

Rédigé en  $\LaTeX$

- 152 Déterminant. Exemples et applications.
- 203 Utilisation de la notion de compacité.
- 230 Séries de nombres réels ou complexes. Comportement des restes ou des sommes partielles des séries numériques. Exemples.

### **Théorème de Plancherel**

Références : FARAUT, *Calcul intégral*

Rédigé en  $\LaTeX$

- 208 Espaces vectoriels normés, applications linéaires continues. Exemples.
- 236 Illustrer par des exemples quelques méthodes de calcul d'intégrales de fonctions d'une ou plusieurs variables réelles.
- 239 Fonctions définies par une intégrale dépendant d'un paramètre. Exemples et applications.
- 240 Produit de convolution, transformation de FOURIER. Applications.

### **Théorème de point fixe de Brouwer**

Références : CHAMBERT-LOIR et FERMIGIER, *Analyse 2 : exercices*

Rédigé en  $\LaTeX$

- 152 Déterminant. Exemples et applications.
- 206 Théorèmes de point fixe. Exemples et applications.
- 214 Théorème d'inversion locale, théorème des fonctions implicites. Exemples et applications.
- 215 Applications différentiables définies sur un ouvert de  $\mathbf{R}^n$ . Exemples et applications.

### **Théorème de point fixe de Markov–Kakutani**

Références : MNEIMNÉ et TESTARD, *Introduction à la théorie des groupes de Lie classiques*

Rédigé en  $\LaTeX$

- 203 Utilisation de la notion de compacité.
- 206 Théorèmes de point fixe. Exemples et applications.
- 208 Espaces vectoriels normés, applications linéaires continues. Exemples.

### **Théorème de Rice**

Références : CARTON, *Langages formels, calculabilité et complexité* ; WOLPER, *Introduction à la calculabilité*

- 913 Machines de TURING. Applications.
- 914 Décidabilité et indécidabilité. Exemples.
- 922 Ensembles récursifs, récursivement énumérables. Exemples.

### **Théorème de Wedderburn**

Références : F. COMBES, *Algèbre et Géométrie* ; PERRIN, *Cours d'Algèbre*

- 104 Groupes finis. Exemples et applications.
- 123 Corps finis. Applications.
- 151 Dimension d'un espace vectoriel. Rang. Exemples et applications.

### **Théorème faible de progression arithmétique de Dirichlet**

Références : F. COMBES, *Algèbre et Géométrie*

Rédigé en  $\LaTeX$

- 120 Anneaux  $\mathbf{Z}/n\mathbf{Z}$ . Applications.
- 121 Nombres premiers. Applications.

### **Théorème taubérien fort**

Références : GOURDON, *Analyse*; “1<sup>ère</sup> épreuve du concours d’entrée à l’école Polytechnique, 1982”

Rédigé en  $\LaTeX$

- 203 Utilisation de la notion de compacité.
- 230 Séries de nombres réels ou complexes. Comportement des restes ou des sommes partielles des séries numériques. Exemples.
- 243 Convergence des séries entières, propriétés de la somme. Exemples et applications.

### **Transformée de Fourier rapide**

Références : CORMEN et al., *Algorithmique*

- 901 Structures de données : exemples et applications.
- 902 Diviser pour régner : exemples et applications.





# Bibliographie

- “1<sup>ère</sup> épreuve du concours d’entrée à l’école Polytechnique, 1982”.
- ALESSANDRI, Michel. *Thèmes de géométrie : groupes en situation géométrique*.
- ARNAULT, François et al. *Mathématiques L3 : Algèbre*.
- BAADER, Franz et Tobias NIPKOW. *Term Rewriting and All That*.
- BARBE, Philippe et Michel LEDOUX. *Probabilité*.
- BEAUQUIER, Danièle, Jean BERSTEL et Philippe CHRÉTIENNE. *Éléments d’algorithmique*.
- BECK, Vincent, Jérôme MALICK et Gabriel PEYRÉ. *Objectif Agrégation*. 2<sup>ème</sup>.
- BOYER, Pascal et Jean-Jacques RISLER. *Algèbre pour la Licence 3 : Groupes, anneaux, corps*.
- CARTON, Olivier. *Langages formels, calculabilité et complexité*.
- CHAMBERT-LOIR, Antoine et Stefane FERMIGIER. *Analyse 2 : exercices*.
- CIARLET, Philippe G. *Introduction à l’analyse numérique matricielle et à l’optimisation*.
- COMBES, François. *Algèbre et Géométrie*.
- COMBES, Jean. *Suites et séries*.
- COMON-LUNDH, Hubert. “Cours de logique et calculabilité”. URL : <http://www.lsv.ens-cachan.fr/~comon/Logique1/>.
- CORMEN, Thomas H. et al. *Algorithmique*. 3<sup>ème</sup>. Dunod.
- DAVID, René, Karim NOUR et Christophe RAFFALI. *Introduction à la logique : théorie de la démonstration*.
- DEHORNOY, Patrick. *Mathématiques de l’informatique : cours et exercices corrigés*.
- “Épreuves orales des concours d’entrée aux grandes écoles, exercice 212”. In : *Revue de la Filière Mathématiques*. 110.
- FARAUT, Jacques. *Calcul intégral*.
- FLAJOLET, Philippe et Robert SEDGEWICK. *Analytic Combinatorics*.
- FRANCINO, Serge, Hervé GIANELLA et Serge NICOLAS. *Oraux X-ENS : Algèbre 2*.
- *Oraux X-ENS : Algèbre 3*.
  - *Oraux X-ENS : Analyse 1*.
  - *Oraux X-ENS : Analyse 4*.
- FROIDEVAUX, Christine, Marie-Claude GAUDEL et Michèle SORIA. *Types de données et algorithmes*.
- GOUBAULT-LARRECQ, Jean et Ian MACKIE. *Proof Theory and Automated Deduction*.
- GOURDON, Xavier. *Algèbre*. 2<sup>ème</sup>.
- *Analyse*. 2<sup>ème</sup>.
- GRIFONE, Joseph. *Algèbre linéaire*. 4<sup>ème</sup>.
- GRUNE, Dick et al. *Compilateurs*.
- HADDAD, Serge. “Algorithmique (Agrégation)”. URL : <http://www.lsv.ens-cachan.fr/~haddad/courstdagreg.pdf>.
- HIRIART-URRUTY, Jean-Baptiste. *Optimisation et analyse convexe*.
- HOPCROFT, John, Rajeev MOTWANI et Jeffrey ULLMAN. *Introduction to Automata Theory, Languages, and Computation*.
- LALEMENT, René. *Logique, réduction, résolution*.
- LEICHTNAM, Éric. *Exercices corrigés de mathématiques posés à l’oral des concours de Polytechnique et des ENS*. *Analyse*.
- MNEIMNÉ, Rached et Frédéric TESTARD. *Introduction à la théorie des groupes de Lie classiques*.
- PAPADIMITRIOU, Christos. *Computational complexity*.
- PERRIN, Daniel. *Cours d’Algèbre*.
- QUEFFÉLEC, Hervé et Claude ZUILY. *Analyse pour l’agrégation*. 4<sup>ème</sup>.
- RAUCH, Gérard. *Les groupes finis et leurs représentations*.
- ROUVIÈRE, François. *Petit guide de calcul différentiel à l’usage de la licence et de l’agrégation*. 3<sup>ème</sup>.

RUDIN, Walter. *Analyse réelle et complexe*. 3<sup>ème</sup>.

SAKAROVITCH, Jacques. *Éléments de théorie des automates*.

SIPSER, Michael. *Introduction to the Theory of Computation*.

STERN, Jacques. *Fondements mathématiques de l'informatique*.

TAUVEL, Patrice. *Algèbre*.

– *Corps commutatifs et théorie de Galois*.

TISSIER, Alain. “R502. Une étude qualitative d'équation différentielle”. In : *Revue de la Filière Mathématiques*. 120–4.

TOSEL, Nicolas. “Quelques dénombrements dans  $\mathcal{M}_n(\mathbb{F}_q)$ ”. In : *Revue de la Filière Mathématiques*. 117–1.

WINSKEL, Glynn. *Formal Semantics of Programming Languages*.

WOLPER, Pierre. *Introduction à la calculabilité*.